

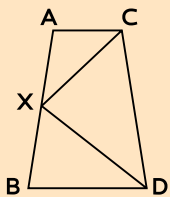
# درمانگاه ریاضی

افشین خاصه خان



## تشخیص بیماری

مشکل مبین در هندسه بود. یکی از سؤال‌هایی که در مورد آن بحث کردیم، توجه را جلب کرد که در اینجا با شما در میان می‌گذارم:

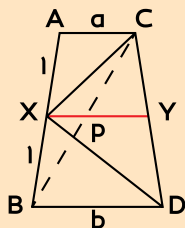


در دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD نقطه X وسط AB است و مثلث CXD قائم‌الزاویه است. اگر  $BX=1$  باشد، محیط دوزنقه چقدر است؟

- ۸ (۴)      ۷ (۳)      ۶ (۲)      ۵ (۱)

سلام و وقت بخیر خدمت علاقه‌مندان به درمانگاه ریاضی. در سال تحصیلی پیش رو برای شما آرزوی تندرستی و انگیزه بیشتر برای یادگیری دارم. امیدوارم که کار با ریاضیات هر قدر که ممکن باشد جزو عادت‌های روزمره شما قرار بگیرد تا تفکر ریاضی شما روز به روز تقویت شود.

مراجعه‌کننده این هفته دانش‌آموزی نهمی به نام مبین محرمی است. پدر مبین که از آشناهای این‌جانب است، همکار فرهنگی است. مبین با پدرش به درمانگاه آمده است. بعد از سلام و احوال‌پرسی با آن‌ها، مبین را به اتاق درمان دعوت می‌کنم. بعد از ۲۰ دقیقه «گفت‌وگوی سقراطی» معمول در ارتباط با مسائل مرتبط با عددهای حقیقی، مشکل موجود در تفکر ریاضی مبین را حدس زد.



یعنی  $a+b=2$  و از آنجا محیط دوزنقه را محاسبه کند:

$$2(1+1)+a+b=4+2=6$$

### تجویز

بعد از تشخیص بیماری تفکر ریاضی مبین، حال نوبت تجویز دستورالعمل‌های درمانی لازم بود. به او توصیه کردم:

۱. قضیه‌های پایه در هندسه را از کتاب‌های درسی دوره اول متوسطه به دقت بخواند و تمرین‌هایش را حل کند.

۲. بعضی از قضیه‌های مهمی

را که در حل مسئله‌های هندسی کاربرد فراوانی دارند، از کتاب‌های خود یاد بگیرد و تا حد امکان بکوشد خودش آن‌ها را اثبات کند و اگر نشد حداقل روند اثبات آن‌ها را تحلیل و تعقیب کند.

۳. تمرین‌های مشابهی

که حل آن‌ها ترکیب قضیه‌های

هندسی معروف را می‌طلبید، برایش تعیین کردم و سفارش کردم که برای حلشان آزمون و خطا انجام دهد.

۴. برای سؤال‌هایی که نتوانسته بود جواب دهد، در طول هفته دوباره چالشی انجام دهد. حل مسئله بعد از چندین بار تلاش بسیار لذت‌بخش خواهد بود.

۵. اگر امکان داشته باشد، مسئله‌ها را با روش‌های متفاوت و ترکیب قضیه‌های متنوع حل کند و از این کار لذت ببرد.

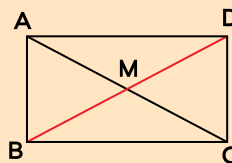
۶. اگر علاقه‌مند باشد، چند سؤال در همین زمینه طراحی کند و با دوستانش به حل و بحث بگذارد تا نقاط قوت و ضعف سؤال‌هایش آشکار شوند.

او برای حل این مسئله آزمایش‌ها و تلاش‌هایی کرده بود، اما به نتیجه‌ای نرسیده نبود. برای حل این سؤال دانستن قضایایی لازم بود که مبین اصلاً در توضیح مسئله به آن‌ها اشاره‌ای نکرد. البته مقدماتی برای حل آن انجام داده بود که قابل توجه بود. مثلاً از  $X$  پاره‌خطی موازی دو قاعده دوزنقه رسم کرده و متوجه شده بود که از قضیه تالس باید استفاده کند.

سؤال که از آزمون «مسابقه‌های کانگورو ۲۰۱۰» انتخاب شده بود، با ترکیب چند قضیه قابل حل بود که یکی از آن‌ها قضیه تالس بود.

### درمان

برای اینکه مشکل مبین را به او یادآوری کنم، دوباره گفت‌وگوی دوطرفه را آغاز کردم و پس از سؤال و جواب‌های متوالی متوجه شد که برای حل این مسئله، علاوه بر قضیه تالس، دو قضیه معروف دیگر نیز لازم است: «در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر برابر با نصف وتر است.» لازم بود فضایی ایجاد کنم تا خود او بتواند این قضیه را ثابت کند. دست به کار شدم و از او خواستم تا مثلث قائم‌الزاویه‌ای همراه با میانه وارد بر وتر آن رسم کند و آن را به اندازه خودش امتداد دهد و انتهای پاره‌خط را به دو سر وتر وصل کند. او متوجه شد که در چهارضلعی ایجاد شده، قطر‌ها منصف یکدیگرند و لذا چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. چون یک زاویه آن قائمه است، پس مستطیل است و چون در مستطیل قطر‌ها با هم برابرند، در نتیجه:  $AM=BM=MC$ . حال وقت آن بود که این قضیه را در حل مسئله مبین به کار ببریم:



پاره خط  $XY$  را خود مبین رسم کرده بود. از او خواستم رأس  $B$  را به  $C$  وصل کند و در دو مثلث  $BAC$  و  $CBD$  دو بار قضیه تالس را به کار ببرد. حال او متوجه شده بود که:

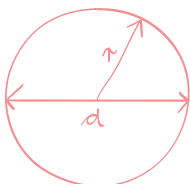
$$XY=CY=YD=1$$

فقط گام آخر مانده بود و آن استفاده دوباره از نتیجه قضیه تالس که خود آن اثبات یک قضیه معروف دیگر در دوزنقه بود. با پرسش و پاسخ‌های متوالی و به کار بردن نتیجه قضیه تالس در دو مثلث  $BAC$  و  $CBD$  مبین توانست ثابت کند:

$$PY = \frac{b}{2} \text{ و } XP = \frac{a}{2}$$

و از آنجا به این نتیجه برسد که:

$$1 = XP + PY = \frac{a+b}{2}$$



با پوشش رمزینت  
مقابل می‌توانید  
مطلب شماره قبل  
را ببینید.

